ÍNDICE

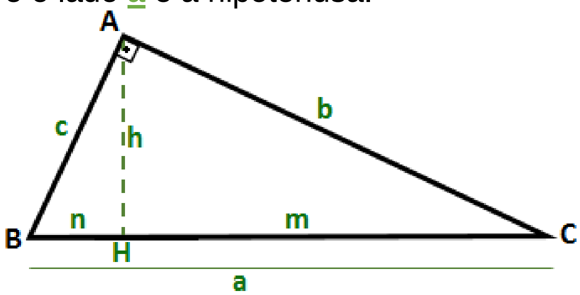
No final das séries de exercícios podem aparecer sugestões de atividades complementares. Estas sugestões referem-se a exercícios do livro “Matemática” de Manoel Paiva fornecido pelo FNDE e adotado pelo IFMG – Campus Ouro Preto durante o triênio 2015-2017.

Todos os exercícios sugeridos nesta apostila se referem ao volume 2.

RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

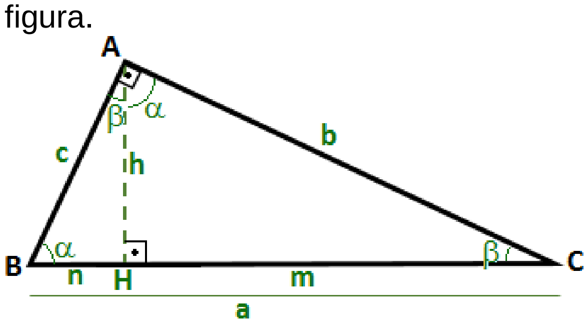
No ensino fundamental você estudou semelhança de triângulos e uma importante aplicação deste assunto está nas relações métricas no triângulo retângulo.

Consideremos um triângulo Δ**ABC** retângulo em **A** como na figura abaixo. Os lados **b** e **c** são chamados de catetos e o lado **a** é a hipotenusa.



O segmento **h**, traçado a partir de **A** e perpendicular à hipotenusa em **H**, é a altura. Os segmentos **BH** e **CH** são as projeções dos catetos em **a** e serão chamados de **n** e **m** respectivamente.

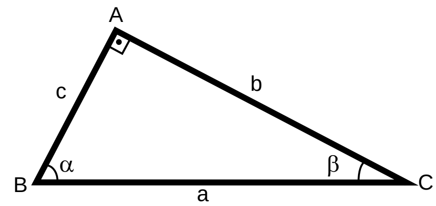
Agora, vamos chamar de α e β os ângulos de vértices B e C, conforme a figura.



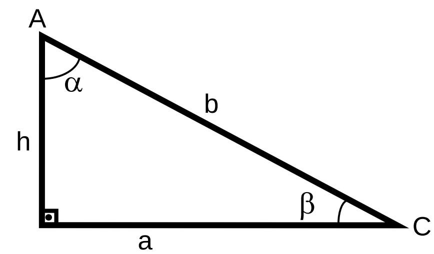
Observe que outros dois ângulos (junto ao vértice A) também foram identificados como α e β. É possível observar que eles têm as mesmas medidas dos outros ângulos de mesmo nome.

Observando as medidas α e β como na figura anterior, podemos destacar três triângulos semelhantes, veja:

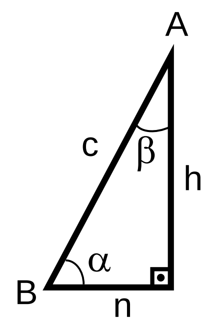
I



II



III



De I e II, podemos perceber que:

$$\frac{c}{h} = \frac{a}{b} \Rightarrow bc = ah \qquad \text{(i)}$$

Ainda de I e II,

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = am \qquad \text{(ii)}$$

De I e III, temos:

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Rightarrow c^2 = an \qquad \text{(iii)}$$

De II e III, temos:

$$\frac{h}{n} = \frac{m}{h} \Rightarrow h^2 = mn \qquad \text{(iv)}$$

Observando ainda a segunda figura da página anterior, temos:

$$m + n = a \qquad \text{(v)}$$

A partir iii, iv e v, temos:

$$\left.\begin{matrix} am = b^2 \\ \underline{an = c^2} \end{matrix}\right\} +$$

$$am + an = b^2 + c^2$$

$$a(m+n) = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \qquad \text{(vi)}$$

Esta última relação é o famoso TEOREMA DE PITÁGORAS.

Assim, as seis expressões encontradas e listadas abaixo, são chamadas de:

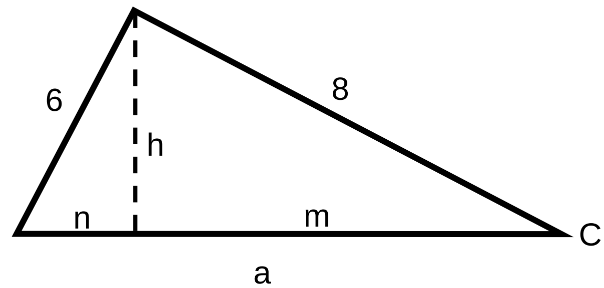
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO.

i	$bc = ah$
ii	$b^2 = am$
iii	$c^2 = an$
iv	$h^2 = mn$
v	$m + n = a$
vi	$a^2 = b^2 + c^2$

Vamos, agora, ver alguns exemplos de aplicação das relações acima:

Exemplos

Ex.1:No triângulo abaixo, os catetos medem 8cm e 6cm. Determinar a medida da hipotenusa a, das projeções m e n e da altura h.



Resolução

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 = 36 + 64 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 = 100 \Rightarrow a = 10\text{cm}$$

$$bc = ah$$

$$8 \cdot 6 = 10 \cdot h \Rightarrow h = 4{,}8\text{cm}$$

$$b^2 = am$$

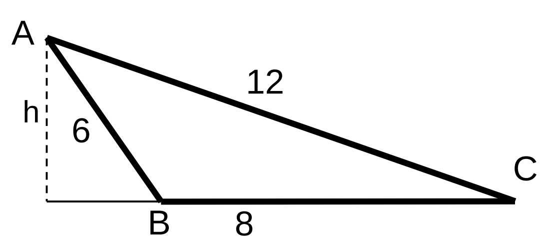
$$8^2 = 10m \Rightarrow 64 = 10m \Rightarrow m = 6{,}4\text{cm}$$

$$m + n = a$$

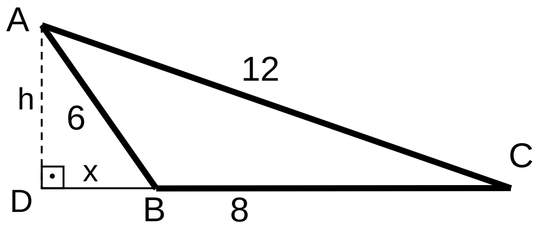
$$6{,}4 + n = 10 \Rightarrow n = 3{,}6\text{cm}$$

Resposta:
a = 10cm; m = 6,4cm; n = 3,6cm;
e h = 4,8cm

Ex.2: Observe o triângulo ΔABC de lados 6cm, 8cm e 12cm representado na figura. Encontre a altura h.



Já que DABC é obtusângulo, vamos chamar de **x** o prolongamento do segmento BC como na figura abaixo



Resolução:

$$\Delta ADB \Rightarrow h^2 + x^2 = 6^2$$

$$\Delta ADC \Rightarrow h^2 + (x+8)^2 = 12^2$$

$$\underbrace{h^2 + x^2}_{36} + 16x + 64 = 144$$

$$36 + 16x + 64 = 144$$

$$16x = 44 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

$$h^2 + x^2 = 6^2$$

$$h^2 + \left(\frac{11}{4}\right)^2 = 6^2 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{455}}{4}$$

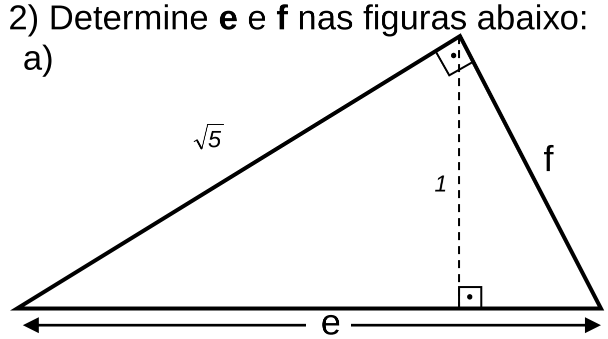
Resposta: $h = \dfrac{\sqrt{455}}{4}$ cm

Exercícios

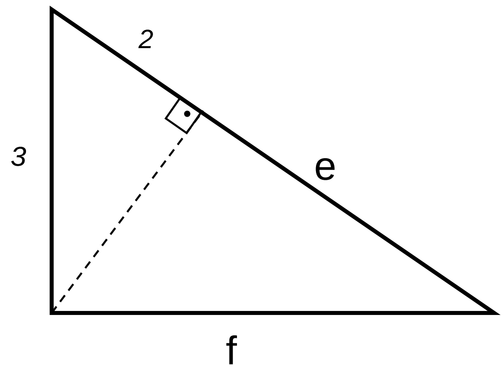
1) A altura relativa à hipotenusa determina sobre ela segmentos de medidas 3 cm e 4 cm. Quanto medem os catetos deste triângulo?

2) Determine **e** e **f** nas figuras abaixo:

a)



b)



3) Qual o perímetro de um quadrado cuja diagonal mede 2 cm?

4) A hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede $5\sqrt{8}$ cm. Quanto medem os catetos?

5) Dois prédios construídos num mesmo plano a 12 metros de distância um do outro medem 17m e 22m de altura. Deseja-se construir uma passarela a fim de unir seus topos. Qual será o menor comprimento possível desta passarela?

6) Num triângulo retângulo cuja altura mede 12 e a soma dos catetos vale 35, quanto mede a hipotenusa e cada um dos catetos?

7) Na primeira coluna da página três desta apostila, você viu uma demonstração do Teorema de Pitágoras. Pesquise na internet ou em livros na biblioteca sobre outras demonstrações do teorema e apresente aqui pelo menos uma.

TRIGONOMETRIA TRIÂNGULO RETÂNGULO

Dois triângulos são ditos semelhantes se um pode ser obtido pela expansão uniforme do outro. Este é o caso se, e somente se, seus ângulos correspondentes são congruentes. **O fato crucial sobre triângulos similares é que os comprimentos de seus lados são proporcionais**, isto é, se o maior lado de um triângulo é duas vezes o maior que o lado do triângulo similar, então o menor lado será também duas vezes maior que o menor lado do outro triângulo, e o comprimento do lado médio será duas vezes o valor do lado correspondente do outro triângulo. Assim, a razão do maior lado e menor lado do primeiro triângulo será a mesma razão do maior lado e o menor lado do outro triângulo.

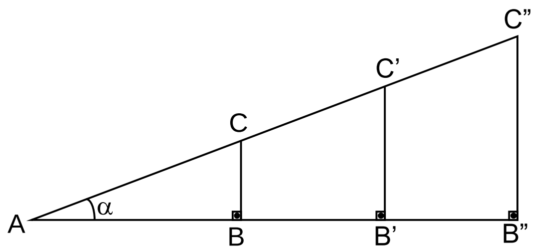
Usando estes fatos, definem-se as funções trigonométricas, começando pelos triângulos retângulos. **O maior lado em um triângulo qualquer é sempre o lado oposto ao maior ângulo** e devido a soma dos ângulos de um triângulo ser 180º, o maior ângulo em um triângulo retângulo é o ângulo reto. O maior lado nesse triângulo, consequentemente, é o lado oposto ao ângulo reto, chamado de hipotenusa e os demais lados são chamados de catetos.

Dois triângulos retângulos que compartilham um segundo ângulo A são necessariamente similares, e a razão entre o lado oposto a A e a hipotenusa será, portanto, a mesma nos dois triângulos. Este valor será um número entre 0 e 1 que depende apenas de A.

Este número é chamado de seno de A e é escrito como sen A. Similarmente, pode-se definir o cosseno (ou co-seno) de A como a razão do cateto adjacente a A pela hipotenusa.

Vamos agora ver e aplicar, graficamente, o que está no texto.

A figura a seguir mostra os triângulos ΔABC, ΔAB’C’ e ΔAB”C”. Note que são todos semelhantes.



Já que os triângulos são todos semelhantes, a razão entre os lados opostos ao ângulo α e as hipotenusas correspondentes é constante. Assim:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} = \frac{B''C''}{AC''} = \frac{\text{cateto oposto a }\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

Esta razão é chamada de SENO, desta forma:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto a }\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

Da mesma forma, a razão entre os lados adjacentes ao ângulo α em cada triângulo e as hipotenusas correspondentes é constante. Assim:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'} = \frac{AB''}{AC''} = \frac{\text{cateto adjacente a }\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

Esta razão é chamada de COSSENO, desta forma:

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente a }\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

Há ainda outra razão importante que segue a mesma regra devido à semelhança entre os triângulos. Trata-se da razão entre os catetos opostos e os respectivos catetos adjacentes ao ângulo α.

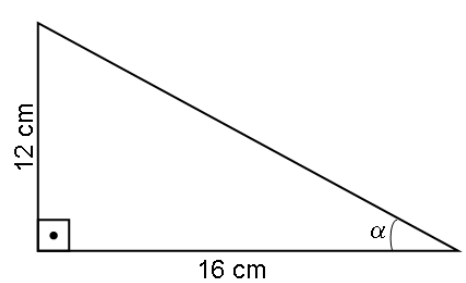
$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{BC''}{AB''} = \frac{\text{cateto oposto a }\alpha}{\text{cateto adjacente a }\alpha}$$

Esta razão é chamada de TANGENTE, desta forma:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{cateto oposto a }\alpha}{\text{cateto adjacente a }\alpha}$$

Exemplos

Ex.1: Sendo α o ângulo destacado no triângulo retângulo abaixo, determinar seno, cosseno e tangente de α.



Resolução

O primeiro passo será determinar o valor da hipotenusa aplicando o Teorema de Pitágoras..

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 16^2 + 12^2$$

$$a^2 = 256 + 144$$

$$a^2 = 400$$

$$a = 20$$

Agora já sabemos que a hipotenusa, o cateto oposto ao ângulo a e o cateto adjacente ao ângulo a medem, respectivamente, 20cm, 12cm e 16cm.

Agora vamos calcular sen α, cos α e tg α.

$$sen\alpha = \frac{cat.\ oposto\ a\ \alpha}{hipotenusa}$$

$$sen\alpha = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{cat.\ adjacente\ a\ \alpha}{hipotenusa}$$

$$\cos\alpha = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

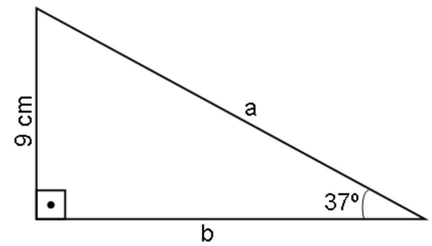
$$tg\alpha = \frac{cat.\ oposto\ a\ \alpha}{cat.\ adjacente\ a\ \alpha}$$

$$tg\alpha = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Resposta:

$sen\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ e $tg\alpha = \frac{3}{4}$

Ex.2: Sabendo que o sen 37º = 0,60182 cos 37º = 0,79864, tg 37º = 0,75355 e que o menor cateto do triângulo retângulo abaixo mede 9 cm, determine o comprimento da hipotenusa e do outro cateto



$$sen\ 37° = \frac{9}{a} \qquad tg\ 37° = \frac{9}{b}$$

$$0{,}60182 = \frac{9}{a} \qquad 0{,}75355 = \frac{9}{b}$$

$$a = \frac{9}{0{,}60182} \qquad b = \frac{9}{0{,}75355}$$

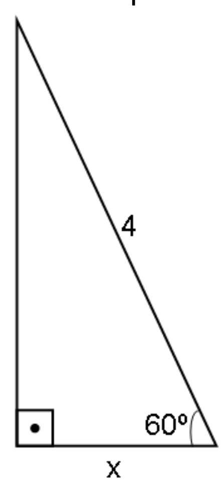
$$a = 14{,}95 \qquad b = 11{,}94$$

Resposta: a = 14,95 cm e b = 11,94 cm

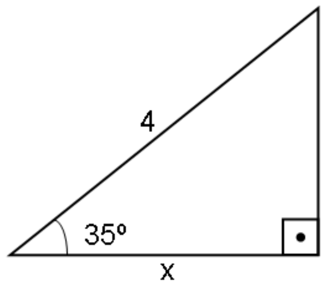
Exercícios

8) Determine o valor de x em cada caso. Quando precisar, consulte a tabela trigonométrica que está na página 295.

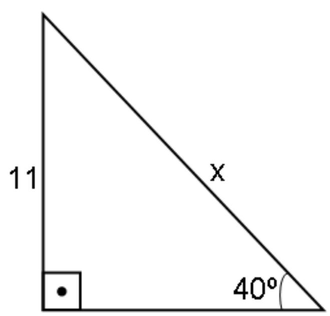
a)



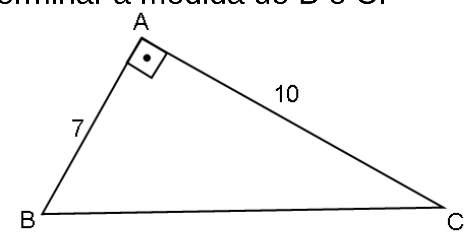
b)



c)



9) Calcule, no triângulo que ilustra esta questão, o seno, cosseno e tangente dos ângulos B e C e a seguir consulte a tabela trigonométrica da página 295 para determinar a medida de B e C.

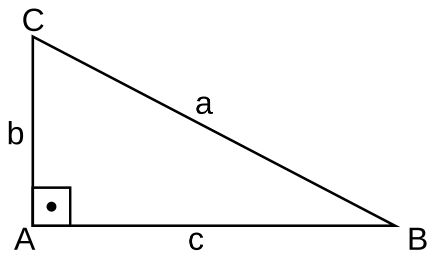


ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Pág. 8 – Exercícios R1 a R3

Págs.9 e 10 – Exercícios 1 a 5

RELAÇÕES FUNDAMENTAIS DA TRIGONOMETRIA



No triângulo retângulo ABC acima, sabemos que:

$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1$$

Sabemos também que:

$$\operatorname{sen}\hat{B} = \frac{b}{a} \qquad \cos\hat{B} = \frac{c}{a}$$

$$\operatorname{sen}\hat{C} = \frac{c}{a} \qquad \cos\hat{C} = \frac{b}{a}$$

Substituindo na expressão acima, temos:

$$\left(\operatorname{sen}\hat{B}\right)^2 + \left(\cos\hat{B}\right)^2 = 1 \quad \text{ou} \quad \left(\cos\hat{C}\right)^2 + \left(\operatorname{sen}\hat{C}\right)^2 = 1$$

De forma genérica, podemos escrever:

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Esta é a chamada 1ª RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA.

Do mesmo triângulo acima, podemos dizer que:

$$\operatorname{tg}\hat{B} = \frac{b}{c}$$

dividindo o numerador e o denominador da fração por "a", e substituindo correspondentemente por seno e cosseno de B, temos:

$$\operatorname{tg}\hat{B} = \frac{b/a}{c/a} \Rightarrow \operatorname{tg}\hat{B} = \frac{\operatorname{sen}\hat{B}}{\cos\hat{B}}$$

o mesmo pode ser feito com o ângulo C.

$$\operatorname{tg}\hat{C} = \frac{c}{b} \Rightarrow \operatorname{tg}\hat{C} = \frac{c/a}{b/a} \Rightarrow \operatorname{tg}\hat{C} = \frac{\operatorname{sen}\hat{C}}{\cos\hat{C}}$$

e, de forma geral, podemos escrever:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$$

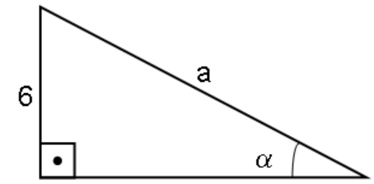
Esta é a chamada 2ª RELAÇÃO FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA.

Exercícios

10) Retorne à questão 9 e calcule a tangente dos ângulos B e C a partir do seno e cosseno de cada um.

11) Sabendo que x é um ângulo compreendido entre 0º e 90º e que $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$, determine o seno e a tangente de x além da medida do ângulo x consultando a tabela da página 16.

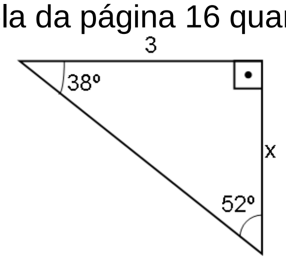
12) Na figura abaixo, sabe-se que $\cos\ \alpha = 0,3$,



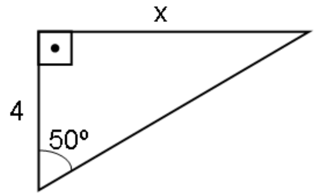
determine sen α e o comprimento da hipotenusa.

13) Em cada um dos três casos a seguir, determine o valor de x consultando a tabela da página 16 quando precisar.

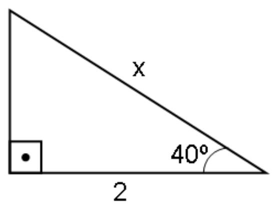
a)



b)

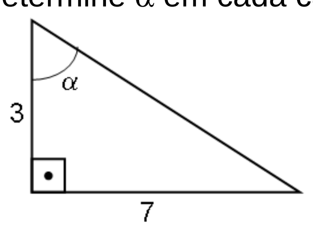


c)

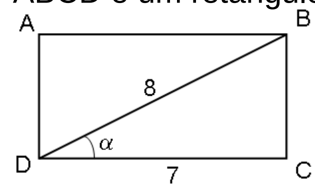


14) Ainda consultando a tabela da página 16, determine α em cada caso:

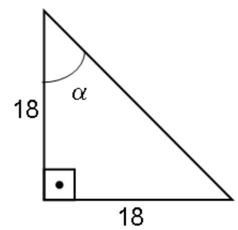
a)



b) ABCD é um retângulo



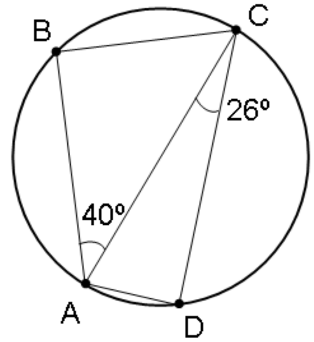
c)



15) Sendo x um ângulo agudo tal que $\operatorname{sen} x = \dfrac{4}{5}$, determine $\operatorname{tg} x$.

16) Num triângulo retângulo, um dos catetos é a terça parte da hipotenusa. Calcule a tangente do menor ângulo do triângulo.

17) Na circunferência abaixo, AC é um diâmetro. Sabendo que o raio é 2 cm, determine o perímetro do quadrilátero ABCD.



ÂNGULOS NOTÁVEIS

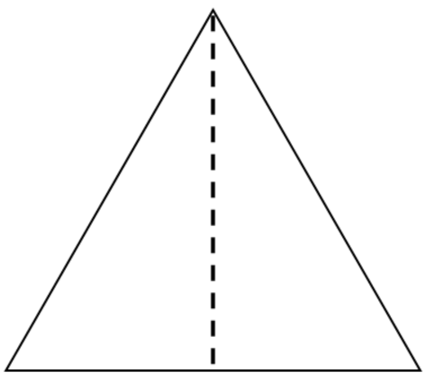
Existem três ângulos agudos que trazem considerações importantes. Estes ângulos, chamados de **NOTÁVEIS** são **30º**, **45º** e **60º**.

A partir da aplicação de alguns conceitos, podemos determinar facilmente o seno, cosseno e tangente destes ângulos.

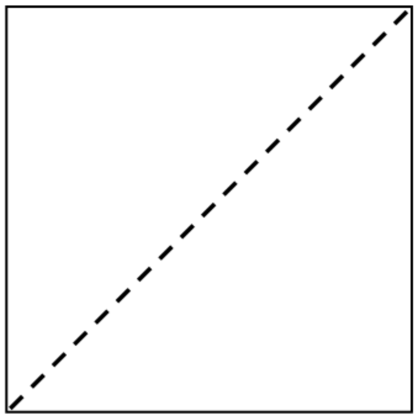
Vamos preencher juntos os espaços a seguir aprendendo a encontrar esses valores.

Partiremos do triângulo eqüilátero abaixo onde está destacada uma altura.

(a partir da figura abaixo, a apostila será completada em sala de aula junto com o professor)



Agora consideraremos o quadrado a seguir e uma diagonal.



(a partir da figura abaixo, a apostila será completada em sala de aula junto com o professor)

Os valores encontrados podem ser resumidos nesta tabela:

	30º	45º	60º
sen			
cos			
tg			

A tabela a seguir traz as razões trigonométricas dos ângulos compreendidos de 1 a 90. (expressos em graus por números naturais):

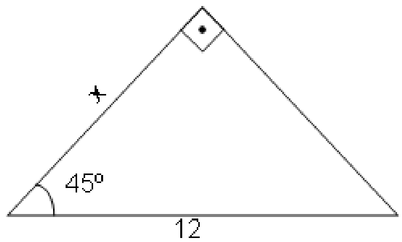
TABELA DE RAZÕES TRIGNOMÉTRICAS

	sen	cos	tg		sen	cos	tg
1º	0,017	1,000	0,017	46 º	0,719	0,695	1,036
2 º	0,035	0,999	0,035	47 º	0,731	0,682	1,072
3 º	0,052	0,999	0,052	48 º	0,743	0,669	1,111
4 º	0,070	0,998	0,070	49 º	0,755	0,656	1,150
5 º	0,087	0,996	0,087	50 º	0,766	0,643	1,192
6 º	0,105	0,995	0,105	51 º	0,777	0,629	1,235
7 º	0,122	0,993	0,123	52 º	0,788	0,616	1,280
8 º	0,139	0,990	0,141	53 º	0,799	0,602	1,327
9 º	0,156	0,988	0,158	54 º	0,809	0,588	1,376
10 º	0,174	0,985	0,176	55 º	0,819	0,574	1,428
11 º	0,191	0,982	0,194	56 º	0,829	0,559	1,483
12 º	0,208	0,978	0,213	57 º	0,839	0,545	1,540
13 º	0,225	0,974	0,231	58 º	0,848	0,530	1,600
14 º	0,242	0,970	0,249	59 º	0,857	0,515	1,664
15 º	0,259	0,966	0,268	60 º	0,866	0,500	1,732
16 º	0,276	0,961	0,287	61 º	0,875	0,485	1,804
17 º	0,292	0,956	0,306	62 º	0,883	0,469	1,881
18 º	0,309	0,951	0,325	63 º	0,891	0,454	1,963
19 º	0,326	0,946	0,344	64 º	0,899	0,438	2,050
20 º	0,342	0,940	0,364	65 º	0,906	0,423	2,145
21 º	0,358	0,934	0,384	66 º	0,914	0,407	2,246
22 º	0,375	0,927	0,404	67 º	0,921	0,391	2,356
23 º	0,391	0,921	0,424	68 º	0,927	0,375	2,475
24 º	0,407	0,914	0,445	69 º	0,934	0,358	2,605
25 º	0,423	0,906	0,466	70 º	0,940	0,342	2,747
26 º	0,438	0,899	0,488	71 º	0,946	0,326	2,904
27 º	0,454	0,891	0,510	72 º	0,951	0,309	3,078
28 º	0,469	0,883	0,532	73 º	0,956	0,292	3,271
29 º	0,485	0,875	0,554	74 º	0,961	0,276	3,487
30 º	0,500	0,866	0,577	75 º	0,966	0,259	3,732
31 º	0,515	0,857	0,601	76 º	0,970	0,242	4,011
32 º	0,530	0,848	0,625	77 º	0,974	0,225	4,331
33 º	0,545	0,839	0,649	78 º	0,978	0,208	4,705
34 º	0,559	0,829	0,675	79 º	0,982	0,191	5,145
35 º	0,574	0,819	0,700	80 º	0,985	0,174	5,671
36 º	0,588	0,809	0,727	81 º	0,988	0,156	6,314
37 º	0,602	0,799	0,754	82 º	0,990	0,139	7,115
38 º	0,616	0,788	0,781	83 º	0,993	0,122	8,144
39 º	0,629	0,777	0,810	84 º	0,995	0,105	9,514
40 º	0,643	0,766	0,839	85 º	0,996	0,087	11,430
41 º	0,656	0,755	0,869	86 º	0,998	0,070	14,301
42 º	0,669	0,743	0,900	87 º	0,999	0,052	19,081
43 º	0,682	0,731	0,933	88 º	0,999	0,035	28,636
44 º	0,695	0,719	0,966	89 º	1,000	0,017	57,290
45 º	0,707	0,707	1,000	90 º	1,000	0,000	

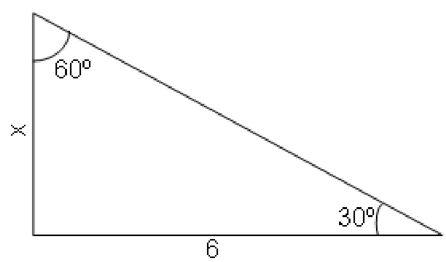
Exercícios

18) Encontre o valor de x em cada caso:

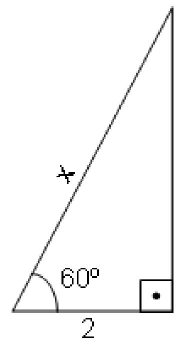
a)



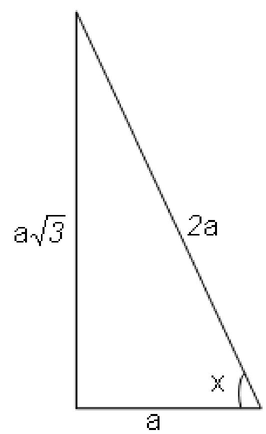
b)



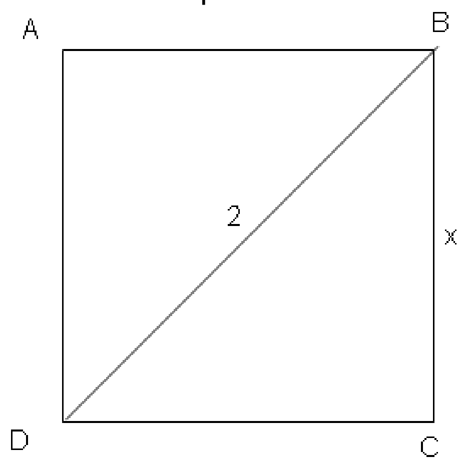
c)



d)

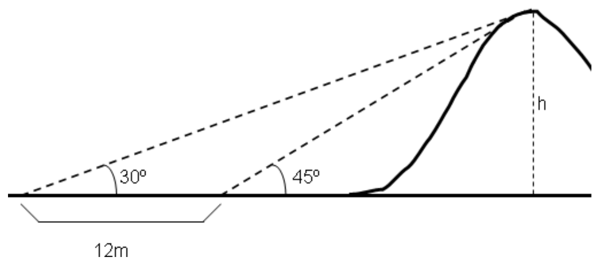


e) ABCD é um quadrado

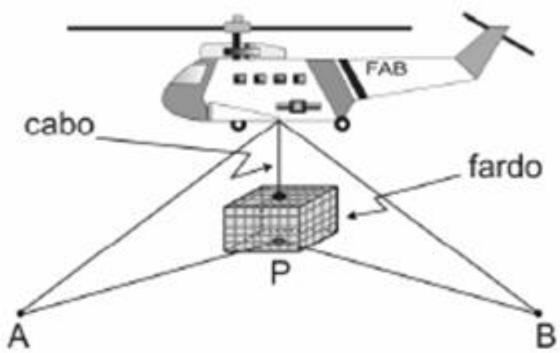


19) Uma pessoa se posiciona a 10m de um prédio no mesmo plano horizontal de sua base e olha para o topo sob um ângulo de 60º. Qual a altura do prédio?

20) Afim de estimar a altura de uma montanha, um topógrafo, munido de um teodolito e uma trena, fez algumas medições e montou o diagrama abaixo. Determine a altura h da montanha.



21) Um fardo de alimentos será entregue para habitantes de uma região de difícil acesso por um helicóptero conforme a figura abaixo.

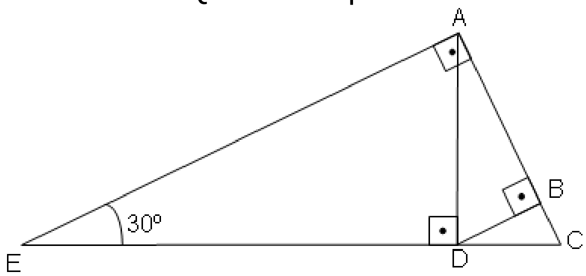


No momento em que o fardo atinge o solo, o cabo que sai do helicóptero e sustenta o fardo está esticado e perpendicular ao plano que contém os pontos A, P e B. Sabe-se que o helicóptero á avistado do ponto A sob um ângulo de 30º e do ponto B sob um ângulo de 45º.
Sabe-se também que a medida do ângulo $A\hat{P}B = 90º$ e que a distância entre A e B é de 100 metros. Qual a altura do helicóptero?

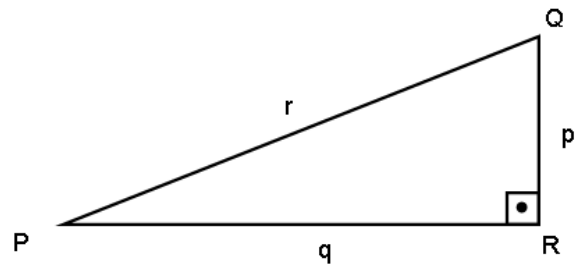
22) A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30º. Caminhando 23m em direção ao prédio, atingimos um outro ponto de onde se vê o todo do prédio segundo um ângulo de 60º. Considerando que o observador tem 1,7 metros de altura, qual a altura do prédio?

23) Uma rampa plana de 36 metros de comprimento faz um ângulo de 30º com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe a rampa inteira eleva-se, verticalmente, quantos metros?

24) Na figura abaixo o segmento CE mede 80cm. Qual o comprimento de BC?



25) No triângulo abaixo, determine as razões que se pede:



sen P = sen Q =

cos P = cos Q =

tg P = tg Q =

26) Observando o triângulo da questão acima, o que podemos dizer sobre os ângulos $\hat{P}$ e $\hat{Q}$?

27) Você deve ter notado que, no triângulo da questão 26, tínhamos que $\operatorname{sen}\hat{P} = \cos\hat{Q}$ e $\operatorname{sen}\hat{Q} = \cos\hat{P}$. Isso sempre acontecerá com ângulos que somam 90º. Baseado nesta ideia, quanto vale k na expressão:

$$k = \frac{\operatorname{sen}(1^{o}) \cdot \operatorname{sen}(2^{o}) \cdot \ldots \cdot \operatorname{sen}(88^{o}) \cdot \operatorname{sen}(89^{o})}{\cos(1^{o}) \cdot \cos(2^{o}) \cdot \ldots \cdot \cos(88^{o}) \cdot \cos(89^{o})}$$

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Págs. 12 e 13 – Exercícios 6 a 10

Págs. 14 e 15 – Exercícios 11 a 17

Págs.16 e 17 – Exercícios 1 a 6

RESPOSTAS

1) $\sqrt{21}$ cm e $2\sqrt{7}$ cm

2) a) $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$ e $f = \frac{5}{2}$

b) $e = \frac{5}{2}$ e $f = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

3) $4\sqrt{2}$cm

4) 10cm

5) 13 metros

6) 25, 20 e 15.

7) Alguns sites onde você pode encontrar demonstrações: http://www.prof2000.pt/users/paulap/teorema.html

https://sophiaofnature.wordpress.com/2014/02/02/demonstracao-do-teorema-de-pitagoras/

8) a) x = 2 b) $x \cong 3{,}28$ c) $x \cong 17{,}11$

9)

$\cos\hat{B} = \frac{7\sqrt{149}}{149}$ $\quad$ $\operatorname{sen}\hat{B} = \frac{10\sqrt{149}}{149}$

$\cos\hat{C} = \frac{10\sqrt{149}}{149}$ $\quad$ $\operatorname{sen}\hat{C} = \frac{7\sqrt{149}}{149}$

$\hat{B} \cong 55^o$ $\quad$ $\hat{C} \cong 35^o$

10) $\operatorname{tg}\hat{B} = \frac{10}{7}$ e $\operatorname{tg}\hat{C} = \frac{7}{10}$

11) $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{13}}{4}$, $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{39}}{3}$ e $x \cong 64^o$

12) $\operatorname{sen}\alpha \cong 0{,}95$ e $a = 6{,}3$

13) a) $x \cong 2{,}34$ b) $x \cong 4{,}76$ c) $x \cong 2{,}61$

14) a) $x \cong 67^o$ b) $x \cong 29^o$ c) $x = 45^o$

15) $\frac{4}{3}$

16) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

17) Perímetro $\cong 10{,}98$

18)
a) $6\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{3}$
c) 4
d) 60^o
e) $\sqrt{2}$

19) 17,32 metros

20) 16,39 metros

21) 50 metros.

22) 19,91 metros

23) 18 metros

24) 10 cm

25)

$\operatorname{sen}\hat{P} = \frac{p}{r}$ $\quad$ $\operatorname{sen}\hat{Q} = \frac{q}{r}$

$\cos\hat{P} = \frac{q}{r}$ $\quad$ $\cos\hat{Q} = \frac{p}{r}$

$\operatorname{tg}\hat{P} = \frac{p}{q}$ $\quad$ $\operatorname{tg}\hat{Q} = \frac{q}{p}$

26) $\hat{P} + \hat{Q} = 90^o$

27) k = 1

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

IEZZI, Gelson e outros; Matemática, Volume único. São Paulo, Atual, 2002.

IEZZI, Gelson e outros; Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 1. São Paulo, Atual, 5ª edição, 1977.

PAIVA, Manoel; Matemática; Volume 1. São Paulo, Moderna, 1995.

Links dos vídeos sugeridos

Pág.4
http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/relacoes-metricas-no-triangulo-retangulo/

Pág. 10
http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/relacoes-fundamentais-da-trigonometria/

Pág. 22
http://vidigal.ouropreto.ifmg.edu.br/trigonometria-do-triangulo-retangulo/